EXERCICE 1

Soit ABC un triangle, A', B', C' les milieux des côtés [BC] , [CA] et [AB].

Montrer que $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=\vec{0}$

EXERCICE 2

Soit ABC et A'B'C' deux triangles quelconques du plan. G et G' leurs centres de gravité respectifs et α, β , γ les milieux des segments [AA'], [BB'] et [CC'].

1. Déterminer la relation $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{CC'}=3\overrightarrow{GG'}$
2. Déterminer que le centre de gravité, g du triangle $\alpha\beta\gamma$ est le milieu du segment [GG'].

EXERCICE 3

Soit ABCD un parallélogramme et k un nombre réel. On définit les points P, Q, R, S par :

$$\overrightarrow{AP}=k\ \overrightarrow{AB}\ ,\quad \overrightarrow{BQ}=k\ \overrightarrow{BC}\ ,\quad \overrightarrow{CR}=k\ \overrightarrow{CD}\ ,\quad \overrightarrow{DS}=k\ \overrightarrow{DA}$$

1. Faire une figure pour k = -1, puis pour k = 3.
2. Montrer que PQRS est un parallélogramme.

EXERCICE 4

Soit ABC un triangle quelconque, A', B' et C' les milieux des segments [BC], [AC] et [AB] et M un point fixé du plan du triangle.

1. Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{BB'}$ *et* $\overrightarrow{CC'}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{CA}$
2. Construire le triangle MNP tel que l'on ait : $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AA'}$, $\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{BB'}$ *et* $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{CC'}$
3. Soit M', N' et P' les milieux des segments [NP], [PM] et [MN].
   Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{MM'}$, $\overrightarrow{NN'}$ *et* $\overrightarrow{PP'}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{CA}$

EXERCICE 5

Soit R=$\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ un repère orthonormé du plan.

A, B et C sont 3 points tels que A(1, 3) ; B(5, 1) et $\overrightarrow{CA}=\vec{i}+7\vec{j}$

1. Montrer que $\overrightarrow{OC}=-4\vec{j}$. Puis placer les points A, B et C dans le repère R.
2. Déterminer les composants du vecteur $\overrightarrow{BC}$ en déduire la distance BC.
3. Déterminer les coordonnées de G centre de gravité du triangle ABC.
4. Soit E(1, -1). Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{GE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires
5. On pose $\vec{u}=\overrightarrow{EA}$, $\vec{v}=\overrightarrow{EB}$
   Montrer que $(\vec{u},\vec{v})$ est une base de l'ensemble des vecteurs.
6. On pose $\vec{w}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}$
   $$\vec{X}=3\ (\ \overrightarrow{IG}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BI}\ )$$ *où* I est le milieu de [AC].
   Simplifier $\vec{w}$ *et* $\vec{X}$ en déduire que $\vec{w}\perp\vec{X}$